

МЕТОДИКА РАСЧЕТА ПОЛЕЗНОЙ МОЩНОСТИ МЕХАНИЧЕСКОГО ПЕРЕМЕШИВАЮЩЕГО УСТРОЙСТВА

С.В. Морданов, С.Н. Сыромятников, А.П. Хомяков

*ФГАОУ ВПО «Уральский федеральный университет
имени первого Президента России Б.Н. Ельцина», г. Екатеринбург*

Расчет мощности перемешивающего устройства вызывает большие затруднения, и, вместе с тем, остается одной из наиболее важных задач при проектировании аппарата с мешалкой. На сегодняшний день не существует простой, удобной и универсальной аналитической методики расчета мощности перемешивающих устройств, дающей адекватные результаты для различных типов мешалок.

Перемешивание представляет собой процесс сложной внутренней циркуляции перемешиваемой среды в объеме перемешивания. Энергия, необходимая для осуществления такой циркуляции сообщается объему перемешивания по средствам мешалки. Результатом внутренней циркуляции в объеме перемешивания является снижение градиентов температур и концентраций веществ, составляющих этот объем.

Классическая методика расчета мощности оперирует методами теории гидродинамического подобия. В общем случае полезная мощность N , Вт, по классической методике может быть рассчитана по формуле:

$$N = K_N \rho n^3 d^5, \quad (1)$$

где K_N – критерий мощности; ρ – плотность перемешиваемой среды, кг/м³; n – частота вращения мешалки, об/с; d – диаметр мешалки, м.

Формула (1) может быть получена с допущениями, что мешалка представляет собой прямоугольную плоскость, жидкость в объеме перемешивания неподвижна, а сам объем неограничен. В реальности объем перемешивания ограничен стенками аппарата и, в установившемся режиме работы, находится в сложном движении. При этом область центрального вихря движется в том же направлении, что и мешалка, но, в силу инерции и вязкости, с

некоторым замедлением. Форма мешалки, отличная от плоскости, так же может существенным образом менять картину движения потоков в объеме перемешивания, а, следовательно, и силу гидродинамического сопротивления вращению. Все эти отличия призван разрешить критерий мощности.

Основным недостатком классической методики расчета мощности является острая зависимость от эмпирических данных. Кроме того, даже для геометрически подобных аппаратов, при одних и тех же значениях критерия Re , разные исследователи получают и приводят разные значения критерия K_N .

Модифицированный критерий Re хоть и логичен, но получен сознательным сведением классической формы записи к условиям вращающейся пластины. В реальности невозможно корректно описать сложное движение потоков жидкости в объеме перемешивания, используя критерии подобия, полученные для описания течений в трубах. Работа в рамках классической теории расчета мощности, таким образом, сводится к получению уточняющих закономерностей (в том числе чисто статистического характера), действующих в достаточно узких рамках.

Т.к. энергия, необходимая для осуществления циркуляции, в случае механического перемешивающего устройства, сообщается объему перемешивания по средствам мешалки, то с одной стороны мощность, расходуемая на перемешивание, может быть записана как:

$$N = M\omega, \quad (2)$$

с другой стороны:

$$N = \rho Vrw, \quad (3)$$

где M – крутящий момент на валу мешалки, Н·м (в иностранных источниках также часто обозначается через T); ω – угловая скорость мешалки, рад/с; V – расход жидкости через мешалку (насосный эффект мешалки), м³/с; r – внешний радиус мешалки, м; w – окружная составляющая скорости жидкости на выходе из мешалки, м/с.

Решая совместно уравнения (2) и (3), и зная, что частота вращения мешалки $\omega = 2\pi n$, несложно получить уравнение (1). При этом критерий K_N можно выразить через физически понятный крутящий момент на валу мешалки.

Крутящий момент на валу мешалки должен быть рассчитан как произведение силы гидродинамического сопротивления вращению F_{τ} на плечо этой силы, которая может быть выражена как:

$$F_{\tau} = c_x S \rho \frac{w^2}{2}, \quad (4)$$

где S – площадь проекции лопасти на плоскость, перпендикулярную к направлению движения, м²; c_x – коэффициент лобового сопротивления лопасти.

Комплекс $c_x \rho \frac{w^2}{2}$ представляет собой не что иное, как динамическое давление $p_{дин}$ перемешиваемой жидкости на лопасть мешалки, выраженное в Па. Тогда выражение (4) может быть записано в виде:

$$F_{\tau} = S p_{дин}, \quad (5)$$

При этом коэффициент лобового сопротивления лопасти c_x зависит от тех же тяжело определяемых факторов, что и критерий K_N для мешалок. Значение c_x очень тяжело, или вовсе невозможно, вычислить чисто аналитическим путем.

Выходом из сложившейся ситуации может послужить применение метода конечных элементов в его современном приложении – вычислительной гидродинамике (англ. *CFD - computational fluid dynamics*). Вычислительная гидродинамика при решении задачи позволяет в максимальной степени учесть геометрию задачи, и, таким образом, не накладывает на расчетную схему ограничений связанных с необходимостью упрощения конструкции мешалки или внутренних устройств аппарата.

Численное значение силы гидродинамического сопротивления вращению мешалки в таком случае вычисляется как интеграл динамического давления среды $p_{дин}$ по рабочей поверхности мешалки S , на которую оказывает воздействие сила гидродинамического сопротивления:

$$F_{\tau} = \int_0^S p_{дин} dS. \quad (6)$$

Для мешалок сложной конструкции не всегда можно легко установить плечо силы гидродинамического сопротивления вращению. Решением данной проблемы может стать внесение радиальной координаты r в подынтегральное

выражение формулы 6. Для декартовой системы координат, расположив ось вала мешалки вдоль оси z , значение r можно вычислить следующим образом:

$$r_i = (x_i^2 + y_i^2)^{0,5}, \quad (7)$$

где x, y – текущие координаты поверхности мешалки (в радиальном разрезе) по соответствующим осям, м.

Тогда, в каждой точке i рабочей поверхности перемешивающего устройства можно вычислить текущее значение удельного крутящего момента на ось вала мешалки M_i^* , Н·м/м²:

$$M_i^* = p_{динi} r_i = p_{динi} (x_i^2 + y_i^2)^{0,5}; \quad (8)$$

и, взяв интеграл M_i^* по рабочей поверхности перемешивающего устройства S , получить значение крутящего момента M , Н·м, на валу мешалки:

$$M = \int_0^S M_i^* dS = \int_0^S p_{динi} (x_i^2 + y_i^2)^{0,5} dS. \quad (9)$$

Умножив найденное значение крутящего момента M на валу перемешивающего устройства на угловую скорость мешалки ω , рад/с, получим полезную мощность перемешивания N , Вт:

$$N = M\omega = \omega \int_0^S M_i^* dS = \omega \int_0^S p_{динi} (x_i^2 + y_i^2)^{0,5} dS. \quad (10)$$

Достоверность значений полезной мощности, полученных с помощью предложенной методики, определяются достоверностью, полученных ранее полей скоростей и давлений для исследуемого аппарата.

Адекватность предложенной методики была проверена контрольным моделированием эксперимента описанного Чаппле (*Chapple*) и др. Чаппле с сотрудниками изучали затраты мощности на перемешивание с помощью турбинной и четырехлопастной мешалок в цилиндрическом сосуде с плоским дном диаметром 240 мм. Ширина отражающих ребер – 24 мм. Диаметр турбинной мешалки – 80 мм, четырехлопастной мешалки – 120 мм.

Чаппле и др. экспериментально замеряли крутящий момент на валу мешалки. Для исключения эффекта центральной воронки применялась специальная крышка, установленная внутри аппарата с мешалкой над четырьмя отражающими ребрами. Для контрольного расчета использовались данные

полученные при перемешивании триэтиленгликоля с плотностью 1120 кг/м^3 и вязкостью $0,041 \text{ Па}\cdot\text{с}$. Экспериментальная погрешность измерений крутящего момента на валу мешалки в рассмотренном диапазоне скоростей составила 1%.

При численном моделировании движение жидкости в объеме перемешивания задавалось дифференциальными уравнениями сохранения количества движения и сохранения массы. Учет турбулентных пульсаций осуществлялся с помощью k-ε модели Лаундера (*Lauder*) и Сполдинга (*Spalding*). Движение перемешивающего устройства и его взаимодействие с жидкостью в объеме перемешивания описывалось с помощью метода подвижных систем отсчета (англ. *MRF - moving reference frame*).

Экспериментальные и расчетные графики зависимостей значений критерия K_N от скоростного режима работы (Re) мешалок представлены на рисунке. В целом контрольный расчет по данным Чаппле показал достаточно хорошую сходимость экспериментальных данных с расчетными.

Для турбинной мешалки наблюдается некоторый рост расхождения расчетных и экспериментальных данных с ростом числа Re . Объясняется это в первую очередь интенсивной турбулизацией объема перемешивания при соответствующих скоростных режимах. Так на турбинной мешалке решение до сходимости при числах Re 700-720 требовало осуществления почти в два раза большего количества итераций, чем для чисел Re 350-370, а при числах Re 1000-1100 сходимость решения вообще не наступала. Причем такие затруднения решения возникали исключительно благодаря осцилляциям турбулентной кинетической энергии k и диссипации турбулентности ϵ . Устранить данную проблему можно с помощью применения более плотных сеток.

К достоинствам предложенной методики определения полезной мощности перемешивания можно отнести ее физичность и универсальность в приложении к задачам вычислительной гидродинамики. Предложенная методика не предполагает решения на расчетной сетке дополнительных уравнений и, фактически, является только способом обработки полученных ранее данных о

гидродинамической картине движения перемешиваемой среды в объеме перемешивания.

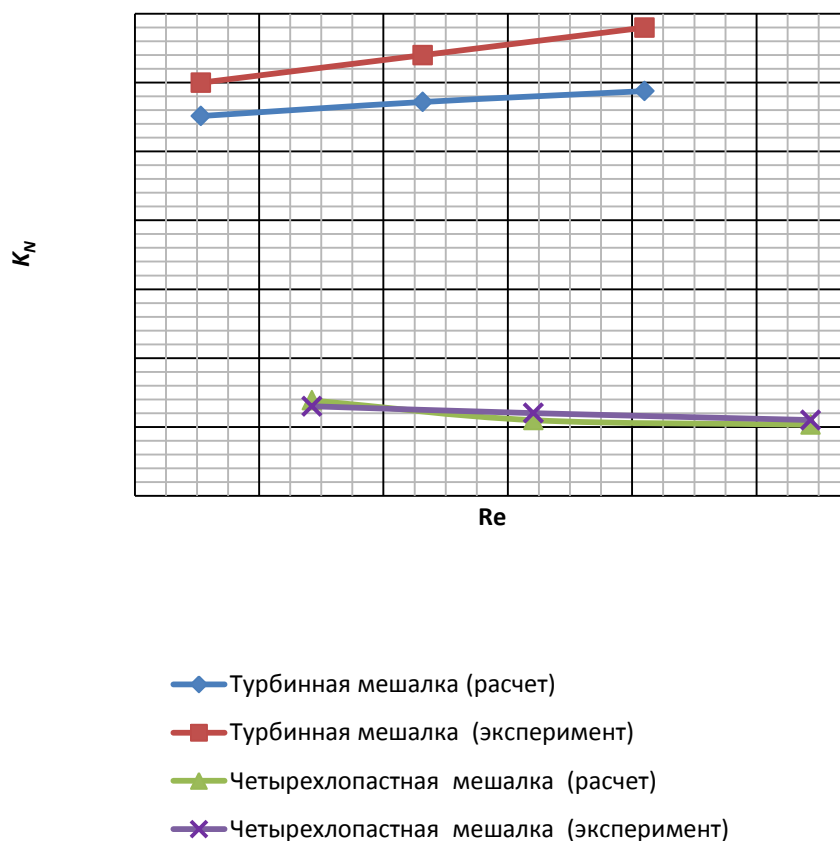


Рисунок. Экспериментальные и расчетные графики зависимостей значений критерия K_N от скоростного режима работы (Re)

Адекватность результатов предложенной методики сводится к адекватности исходных данных анализа. В практической деятельности исследователь может производить расчеты гидродинамики перемешивания любым известным и удобным ему способом, позволяющим получить адекватные поля скоростей и давлений.

Корректное вычисление полезной мощности по предложенной методике невозможно на основе неадекватных данных о полях скоростей и давлений в исследуемом аппарате. Поэтому расчет полезной мощности по предложенной методике представляет собой дополнительный метод проверки адекватности гидродинамической картины циркуляции в объеме перемешивания, полученный по той или иной схеме с использованием метода конечных элементов.